

Departamento de Matemáticas
Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS.

1.- Ordena los siguientes números: a) $\sqrt[3]{3}$ y $\sqrt[5]{5}$ b) $\sqrt{2\sqrt{3}}$, $\sqrt{3\sqrt{3}}$ y $\sqrt{2\sqrt[3]{10\sqrt{5}}}$.

2.- Extrae factores de las siguientes raíces:

a) $\sqrt{32}$ b) $\sqrt[3]{x^7 \cdot y^{11} \cdot z}$ c) $\sqrt[5]{\frac{x^2 \cdot y^{19} \cdot z}{z^{13} \cdot x^{24}}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{128x^{11}}{81y^6z^9}}$

e) $\sqrt{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^8}}$ f) $\sqrt{\sqrt[3]{a^{19} \cdot b^7}}$ g) $\sqrt[3]{\frac{(16x^3)^2}{\sqrt[2]{y^7z^{15}}}}$ h*) $\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16}}$

3.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[4]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^{15}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{a^{10} \cdot b^{19}}}}$ c) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{256}}$ d*) $\sqrt{4x^2 + 4}$

e) $\sqrt{32} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{81}} \cdot \sqrt[4]{64}$ f) $\sqrt[3]{16 \cdot \sqrt[3]{32}}$ g) $\left(\frac{\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{5}}}{4\sqrt{2}}\right) : (2\sqrt[3]{16})$

h) $(\sqrt[5]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^5}) : \sqrt{a}$ i) $\frac{\sqrt[3]{a^4 \cdot b^2} \cdot a \cdot \sqrt{a^8}}{a^{-3} \cdot \sqrt[3]{a \cdot b^{15}}}$ j) $a \cdot \sqrt[4]{\frac{a^{11} \cdot b^8}{z^{13}}} \cdot \frac{a^{-3} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt[6]{b^{21} \cdot a^7}}$

k) $(\sqrt[3]{\sqrt{a^{17} \cdot b}})^5 : \sqrt[4]{\frac{a \cdot y^9}{b^9}}$ l) $\sqrt[6]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x^{-13}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x}}$ m) $\sqrt{\frac{x^9}{y^5} \cdot \sqrt[3]{x^{-2}} \cdot \sqrt{y}} : \frac{x}{\sqrt{y}}$

4.- Agrupa las siguientes raíces cuando sea posible.

a) $3\sqrt{7} + \sqrt{7} - \frac{1}{2}\sqrt{7}$ b) $3\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{8x}$ c) $\frac{-\sqrt{6}}{5} + 2\sqrt{24}$ d) $\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[6]{128}$

e) $\sqrt[3]{\frac{81}{8}} + \frac{\sqrt[3]{24}}{2} - \sqrt[3]{3}$ f) $\sqrt{90} - 3\sqrt{40} + \frac{1}{5}\sqrt{10}$ g) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 3\sqrt{\frac{18}{5}} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{32}{45}}$

5.- Racionaliza y simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{7}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{12}{\sqrt[5]{3^2}}$ c) $\frac{10}{\sqrt[3]{25}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-4}$ e) $\frac{\sqrt{20}}{2\sqrt{5}-7\sqrt{7}}$

f) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}$ g) $\frac{3\sqrt{5} - 7}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ h) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{10}}{4\sqrt{12} - 2\sqrt{6}}$ i*) $\frac{3}{1 + \sqrt{5} - \sqrt{2}}$

6.- Realiza las siguientes operaciones y simplifica:

a) $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ b) $(\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2$ c) $(3\sqrt{2}-7\sqrt{10})^2$ d) $(3-\sqrt{7})^2 \cdot \sqrt{14}$

Departamento de Matemáticas
Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS.

7.- Racionaliza y opera:

a) $\frac{3}{\sqrt{5}-1} + \frac{7}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-1} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}+\sqrt{6}}$

c) $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}+2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}$

8.- De las siguientes igualdades, di las que son verdaderas y las que son falsas:

a) $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$

b) $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

c) $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a+b}$

d) $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

9.- Halla la base de los siguientes logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x 16 = -4$

c) $\log_x 0,01 = 2$

d) $\log_x 3 = -2$

e) $\log_x 9 = \frac{1}{2}$

10.- Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_5 125$

b) $\log_2 0,5$

c) $\log_2 0,125$

d) $\log_4 \sqrt[3]{16}$

e) $\log_5 0'2$

f) $\log_6 \frac{\sqrt[5]{6^2}}{36}$

g) $\log_{\sqrt{3}} 81$

h) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{\sqrt[3]{49}}{7}$

i) $\ln \frac{1}{e}$

j) $\log_5 0'2 \sqrt[5]{5^4}$

11.- Demuestra que $3 = -\log_2 \left(\log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} \right)$

12.- Si a y b son dos números positivos y distintos de uno, calcula $\log_a (1/a) + \log_{1/b} b$.

13.- Si $\log a = \log b + \log 5$, ¿qué relación existe entre a y b?

14.- Si $\log_3 a = k$, expresa en función de k los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 (a/9)$

b) $\log_3 27a^5$

c) $\log_3 \frac{\sqrt[5]{9}}{a^3}$

d) $\log_3 \sqrt[7]{\frac{a^2}{3}}$

e) $\log_9 a$

15.- Calcula a y b, sabiendo que $\log_a b = 2$ y $\log_a 8b = 5$.

16.- Sea a un número positivo y distinto de uno. Calcula: $\frac{\log a - \log \frac{1}{a} + \log \sqrt[3]{a}}{\log a^5}$

17.- Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 7 = 0,845$, calcula:

a) $\log 49$

b) $\log 14$

c) $\log \frac{49}{2}$

d) $\log 1,75$

e) $\log \sqrt{3,5}$

f) $\log 5$

g) $\log \sqrt[5]{\frac{1}{4}}$

h) $\log 0,2$

i) $\log \sqrt[3]{28}$

j) $\log 2 \cdot \log 7$

k) $\log_3 \sqrt[3]{\frac{14}{5 \cdot \sqrt{2}}}$

Departamento de Matemáticas
Hoja de ejercicios 1º Bachillerato CC.SS.

18.- Halla el valor de x utilizando las propiedades de los logaritmos:

- a) $\log x + \log 4 = \log 5$ b) $\log x - \log 15 = \log 2$ c) $\log 2x = 3 \cdot \log 7$
- d) $\log 7x = \log 6 - \log 2 - 2 \cdot \log 5$ e) $\ln(5 - x) = \ln 12 - \ln(2x)$ f) $\log_{x^2} 2x = 1$
- g) $\log(x + 1) + \log(x + 4) = 1$ h) $\log x = 4 \log 2 - \frac{\log 49}{2}$ i) $\log_3(x^4) = 2$
- j) $\ln(8x + 12) - \ln 2x = 2 \cdot \ln 3$ k) $2 \log(x - 1) = \log(x + 5)$ l) $5 \cdot \log x + \log x = 4$
- m) $\ln x + \frac{1}{3} \ln 8 + 2 \ln(x - 2) = \ln(x^2 - 2x)$ n) $\log_8(25 - x^3) - \log_2(4 - x) = 0$
- ñ) $\log 2 + \log(1 - x^2) = 2 \log(5 - x)$ o) $\log(3x + 1) - \log(2x - 3) = 1 - \log 5$

19.- Halla el valor de x para que se cumplan las siguientes igualdades:

- a) $3^x = 9^7$ b) $2^{x^2-9} = 1$ c) $3^x = 0,5$ d) $0,4^x = 15$ e) $\frac{2^{3x+1}}{3} + 1 = 61$
- f) $3^{\frac{x}{2}+1} = 5$ g) $5 \cdot 2^{7x-1} - 1 = 17$ h) $\log(3x - 5) = -1$ i) $\ln 2x = 10$

Problemas de finanzas

20.- Si invertimos 5.000€ a un 3% anual, ¿qué cantidad recogeremos al cabo de 6 años?

21.- Ingresamos en un banco 2.000€, transformándose en 2.500€ al cabo de 3 años.

¿Cuál es el interés compuesto que me aplican?

22.- Halla el tiempo necesario para duplicarse un capital, a un interés compuesto del 5%.

Usa la fórmula: $Capital \text{ fin año } n = Capital \text{ inicial} \cdot \left(1 + \frac{\%}{100}\right)^n$.

División celular

23.- Una célula se divide en otras dos idénticas cada hora.

a) Si hay tres células en un principio, ¿cuántas habrá al cabo de 22 horas?

b) Si al cabo de 10 horas hay 5120, ¿cuántas había en un principio?

c) ¿Cuánto tiempo necesitamos para tener 5000 si había en un principio 6 células?

Escala de Richter: $M = \log A + 3 \log(8\Delta t - 2,92)$, donde A es la amplitud de las ondas en mm, t el tiempo en segundos y M la magnitud del terremoto. En lo sucesivo, supondremos terremotos de igual duración, así la fórmula queda: $M = \log A + k$

24.- El terremoto de Lisboa de 1755 tuvo una magnitud de 9 grados en la escala Richter, y el terremoto de Lorca de 2012, 5 grados. ¿Cuántas veces más fuerte fue el terremoto de Lisboa que el de Lorca?

25.- Si ocurren dos terremotos de 7 grados en la escala Richter simultáneamente, equivalen a un ¿A qué magnitud de un único terremoto equivalen?

Datación por carbono 14. La cantidad de carbono que contiene un ser vivo es constante, llámese q^* . Cuando muere, deja de intercambiar carbono con el entorno, y el que contiene se va perdiendo. El carbono-14 es radioactivo, siendo su “**periodo**” de 5730 años (es decir, a los 5730 años de la muerte, la cantidad de C-14 en sus restos fósiles se reduce a la mitad, a los 11.460 años a la cuarta parte, a los 17190 a la octava parte...). Si q es la cantidad de carbono-14 en el momento del experimento y se cumple:

$$\left(\frac{q}{q^*}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}, \text{ con lo que, la edad del objeto es: } t = -5730 \cdot \log_2\left(\frac{q}{q^*}\right) = -5730 \cdot \frac{\log\left(\frac{q}{q^*}\right)}{\log 2}$$

Nota: $\frac{q}{q^*}$ será la proporción de carbono que queda respecto la que había en un principio.

26.- Si los restos de la Sábana Santa de Turín contienen un 90% del carbono-14 que se encuentra en una sábana actual, ¿cuánto tiempo tiene dicha sábana?

27.- ¿Cuánto quedará de 1gr. de carbono 14 del año 15000 a.C en el año 2010?

28.- ¿Qué cantidad de carbono 14 había hace 20000 años si hoy hay 2 grs.?

Hora del fallecimiento de un cadáver. La temperatura de una persona viva es de $36,5^\circ\text{C}$. A partir del momento de la muerte la temperatura del cadáver se va aproximando a la temperatura ambiente (un recinto sin cambios de temperatura) según las fórmulas:

$$\frac{T_1 - T}{T_2 - T} = e^{2k} \Rightarrow k = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{T_1 - T}{T_2 - T}\right), \text{ y luego: } \frac{T_1 - T}{T_0 - T} = e^{kt} \Rightarrow t = \frac{1}{k} \cdot \ln\left(\frac{T_1 - T}{T_0 - T}\right).$$

T_0 = Temperatura inicial del cuerpo humano ($36,5^\circ\text{C}$)

T_1 = Temperatura a la que se encuentra el cadáver.

T_2 = Temperatura a la que se encuentra el cadáver a las 2 horas.

T = Temperatura ambiente.

t = Horas transcurridas desde el fallecimiento (saldrá un número negativo)

29.- Supongamos el siguiente caso ficticio: Encontramos un cadáver a las 10 a.m. y está a una temperatura de 32°C . A las 12 a.m. su temperatura es de 27°C . Si se encuentra el cadáver en una habitación con temperatura constante de 18°C , ¿A que hora murió?

12.- **La intensidad del sonido.** El sonido, como es una onda, transporta energía y esa energía llega al tímpano, que es una membrana con una superficie determinada. A la cantidad de energía que llega a cada cm^2 del tímpano se le llama potencia y se mide en watt. La unidad que mide los niveles de sonido se llama decibelio (dB), nombre que deriva del nombre del inventor Alexander Graham Bell. Llamando I a la intensidad del sonido, el nivel de sonoridad L de un sonido se define como

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \text{ y se mide en decibelios. La tabla de la derecha muestra el nivel de}$$

sonoridad en decibelios y e intensidad de sonidos típicos.

12.1.- Disponemos de dos motos con sonoridad de 100 decibelios cada una, ¿cuál es la sonoridad total? (*Calcula primero el nivel de intensidad de una moto*). **Sol.** 103,01dB.

12.2.- ¿Cuántas motos, de 100 decibelios de sonoridad cada una, necesitaremos para llegar a una sonoridad total de 130 dB? **Sol.** 1000 motos.

12.3.- ¿Qué tendrá mayor sonoridad, dos canciones de género heavy, de 75 dB cada una o tres canciones de género pop, de 50 dB cada una? **Sol.** El heavy gana.

Niveles Sonoros Típicos en decibelios		
Tipo de sonido	Decibelios	Intensidad
Umbral de la audición	0	10^{-12}
Murmullo	20	10^{-10}
Conversación	60	10^{-6}
Tráfico	80	10^{-4}
Moto	100	10^{-2}
Discoteca	95	$10^{-2,5}$
Umbral de dolor	120	1
Despegue de un reactor	140	10^2

